

# Analysis I Thorbergsson - für Wirtschaftsinformatiker -

WS 94/95  
1. Klausur  
Seite 1

UNIVERSITÄT WÜRZBURG  
MATHEMATIK

1. Es seien  $p, q > 0$ . Zeigen Sie, daß

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{p^n + q^n} = \max\{p, q\}.$$

~~WS 94/95~~

2. Bestimmen Sie die Summe der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$$

3. Es sei  $a_1 = a > 0$  und  $a_n$  für  $n > 1$  induktiv definiert durch

$$a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n.$$

Zeigen Sie, daß die Folge  $(a_n)$  konvergiert, und bestimmen Sie den Grenzwert.

4. Beweisen Sie die Ungleichung

$$e^y < \frac{1}{1-y}$$

für  $0 < y < 1$ .

Tip: Die geometrische Reihe!

5. Für welche reelle Zahlen  $x$  konvergiert die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n} ?$$

6. Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x}$$

= 2,3 ?

7. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{|x|} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

stetig?

8. Entscheiden Sie (mit Beweis), welche der folgenden Funktionen auf  $[1, +\infty)$  gleichmäßig stetig sind:

(i)  $\frac{1}{x^2}$

(ii)  $e^x$

9. Zeigen Sie, daß die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

konvergiert, aber nicht absolut konvergiert.

FACHSCHAFT MATHEMATIK