
Elementare Differentialgeometrie: Übungsblatt 10

Abgabe: Bis spätestens Mittwoch 20.12.17 11:55 Uhr im Briefkasten im studentischen Arbeitsraum des MI (3. Stock). Schreiben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und **groß und fett Ihre Übungsgruppe** auf die **erste Seite** Ihrer Abgabe und tackern Sie alles zusammen. Verspätete Abgaben oder Abgaben per E-Mail sind **nicht** möglich.

Aufgabe 1. (10 Punkte)

Sei $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ eine glatte Funktion definiert auf einer offenen Menge $U \subset \mathbb{R}^2$. Sei S die reguläre Fläche

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in U, z = f(x)\}.$$

Zeigen Sie, dass die zweite Fundamentalform der Fläche gegeben ist durch

$$h_{ij} = \pm \frac{\partial_{ij}^2 f(x, y)}{\sqrt{1 + \|\nabla f(x, y)\|^2}},$$

wobei \pm von der Wahl der Normalenrichtung abhängt.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Betrachten Sie das hyperbolische Paraboloid (auch Sattelfläche genannt) gegeben durch

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = y^2 - x^2\}.$$

Skizzieren Sie diese Fläche in einer Umgebung des Ursprungs $p = (0, 0, 0)$ und berechnen Sie die Gauß- und die mittlere Krümmung in p .

Aufgabe 3. (10 Punkte)

Sei S eine Drehfläche (Aufgabe 1 des Übungsblatts 9). Berechnen Sie die zweite Fundamentalform der Fläche in diesen Koordinaten.

Aufgabe 4. (10 Punkte)

Sei T der Torus aus Aufgabe 2 des Übungsblatts 9.

- Berechnen Sie alle Punkte im denen die Gauß Krümmung positiv/null/negativ ist.
- Skizzieren Sie diese Punkte auf dem Torus.