Mathematisches Institut
Prof. Dr. Sabatini
Assistent: Dr. Rot

Universität zu Köln
13.1.2016

Elementare Differentialgeometrie: Übungsblatt 10

Diese Übungen müssen bis spätestens 18 Uhr Mittwoch 20.01.16 in den Briefkasten im studentischen Arbeitsraum des MI (3. Stock) abgegeben werden. Schreiben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe auf Ihre Abgabe und tackern Sie alles zusammen.

Aufgabe 1. (10 Punkte)

Seien $U \subset \mathbb{R}^2$ eine offene Menge und $f : U \to \mathbb{R}$ eine glatte Funktion. Sei S die reguläre Fläche

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, (x, y) \in U, z = f(x)\}.$$

Zeigen Sie, dass die zweite Fundamentalform der Fläche gegeben ist durch

$$h_{ij} = \pm \frac{\partial^2_{ij} f(x, y)}{\sqrt{1 + \|\nabla f(x, y)\|^2}},$$

wobei $\pm$ von der Wahl der Normalenrichtung abhängt.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Sei S eine kompakte orientierte reguläre Fläche und $p \in S$ ein hyperbolischer Punkt. Zeigen Sie, dass es einen Punkt $q \in S$ gibt, sodass die Gauss Krümmung in q verschwindet.

Aufgabe 3. (10 Punkte)

Sei S eine Drehfläche (Aufgabe 1 des Übungsblatts 9). Berechnen Sie die zweite Fundamentalform der Fläche in diesen Koordinaten.

Aufgabe 4. (10 Punkte)

Sei T der Torus aus Aufgabe 2 des Übungsblatts 9.

a) Berechnen Sie alle Punkte im denen die Gauß Krümmung positiv/null/negativ ist.
b) Skizzieren Sie diese Punkte auf dem Torus.