Mathematisches Institut | Universität zu Köln
Prof. Dr. Sabatini | 09.4.2016
Assistent: Dr. Caviedes Castro

Topologie: Übungsblatt 0

Diese Woche werden die Übungen nicht bewertet.

Aufgabe 1. (0 Punkte)

Sei $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und definieren Sie die folgenden Untermengen von $\mathcal{P}(X)$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_1 &= \{X, \emptyset, \{1\}, \{1,2\}, \{1,3,4\}, \{1,2,3,4\}, \{1,2,5\}\} \\
\mathcal{O}_2 &= \{X, \emptyset, \{2,3\}, \{1,2,3\}, \{2,3,4\}\} \\
\mathcal{O}_3 &= \{X, \{2\}, \{2,3\}, \{2,3,4\}\} \\
\mathcal{O}_4 &= \{X, \emptyset, \{5\}, \{1,5\}, \{1,3,4\}, \{3,4,5\}, \{1,3,4,5\}\} \\
\mathcal{O}_5 &= \{X, \emptyset, \{1,2,3\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}, \{1,2,5\}\}.
\end{aligned}$$

Kontrollieren Sie welche der Menge $\mathcal{O}_i$ Topologien sind.

Aufgabe 2. (0 Punkte)

Wie viele unterschiedliche Topologien kann eine Menge von drei Elementen haben ?

Aufgabe 3. (0 Punkte)

Sei $\{\mathcal{O}_i\}$ eine Familie von Topologien auf X.

a) Zeigen Sie, dass $\cap_{i\in I}\mathcal{O}_i$ ein Topologie auf X ist.

b) Finden Sie eine Menge X und Topologien $\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2$ auf X, sodass $\mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2$ keine Topologie auf X ist.

Aufgabe 4. (0 Punkte)

Sei $\mathcal{O}$ eine Topologie auf $\mathbb{R}^n$ die feiner ist als die gewöhnliche Euklidische Topologie $\mathcal{T}$ auf $\mathbb{R}^n$ (.d.h : $\mathcal{T} \subset \mathcal{O}$). Nehmen Sie an, dass $\mathcal{O}$ die Eigenschaft hat, dass ein beliebiger Durchschnitt von Mengen $O \in \mathcal{O}$ wieder in $\mathcal{O}$ ist. Zeigen Sie, dass $\mathcal{O}$ die diskrete Topologie auf $\mathbb{R}^n$ ist.