Mathematisches Institut
Prof. Dr. Sabatini
Assistent: Dr. Rot

Universität zu Köln
19.10.2015

Elementare Differentialgeometrie: Übungsblatt 0

Diese Woche werden die Übungen nicht korrigiert.

Aufgabe 1.

Zeigen Sie, dass $SO(2)$ die Menge der Matrizen ist, die geschrieben werden können als

$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \qquad \text{mit} \qquad \theta \in [0, 2\pi).$$

Aufgabe 2.

a) Zeigen Sie, dass $SO(n)$ eine Untergruppe von $O(n)$ ist.

b) Ist $O(n) \setminus SO(n)$ eine Untergruppe von $O(n)$?

Aufgabe 3.

Seien $\alpha, \beta, \gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ die parametrisierten Kurven

$$\alpha(t) = (t, t^3), \quad \beta(t) = (t^2 - 1, t^3 - t), \quad \text{und} \quad \gamma(t) = (t^2, t^3).$$

a) Prüfen Sie, welche der parameterisierten Kurven α, β, γ regulär sind.

b) Zeigen Sie, dass die Spuren von α, β, γ gleich den Lösungsraumen der Gleichungen

$$x^3 - y = 0, \qquad x^3 + x^2 - y^2 = 0, \qquad \text{und} \qquad x^3 - y^2 = 0, \qquad \text{mit} \qquad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

sind.

c) Skizzieren Sie die Spuren der Kurven α, β und γ.