Mathematisches Institut
Prof. Dr. Sabatini
Assistent: Dr. Caviedes Castro

Universität zu Köln
10.7.2018

Topologie: Übungsblatt 13

Diese Übungen müssen bis spätestens 12 Uhr **Mittwoch 18.7.2018** in den Briefkasten im studentischen Arbeitsraum des MI (3. Stock) abgegeben werden. Schreiben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe auf Ihre Abgabe und tackern Sie alles zusammen.

Aufgabe 1. (15 Punkte)

a) Sei $f : S^1 \to S^1$ eine stetige injektive Abbildung. Beweisen Sie, dass f surjektiv ist.
b) Zeigen Sie, dass keine stetige injektive Abbildung $S^1 \vee S^1 \to S^1$ existiert.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Sei $\pi : S^n \to \mathbb{RP}^n$ die Quotientabbildung. Zeigen Sie dass π eine Überlagerung ist.

Aufgabe 3. (10 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$. Zeigen Sie, dass eine stetige Abbildung

$$f : S^n \to S^1$$

homotop zu einer konstanten Abbildung ist.

Aufgabe 4. (15 Punkte)

Eine stetige Abbildung f zwischen topologischen Räumen X, Y heißt *lokaler Homöomorphismus*, falls für jeden Punkt $a \in X$ eine offene Umgebung $U \subset X$ von a existiert, so dass

— $f(U) \subset Y$ eine offene Umgebung von $f(a)$ bildet und
— $f|_U : U \to f(U)$ ein Homöomorphismus ist.

a) Es seien X und Y wegzusammenhängende Hausdorff Räume. Ferner sei X kompakt und $f : X \to Y$ ein lokaler Homöomorphismus. Beweisen Sie, dass f eine Überlagerung ist.
b) Finden Sie ein lokaler Homöomorphisms $f : X \to Y$, sodass f keine Überlagerung ist.